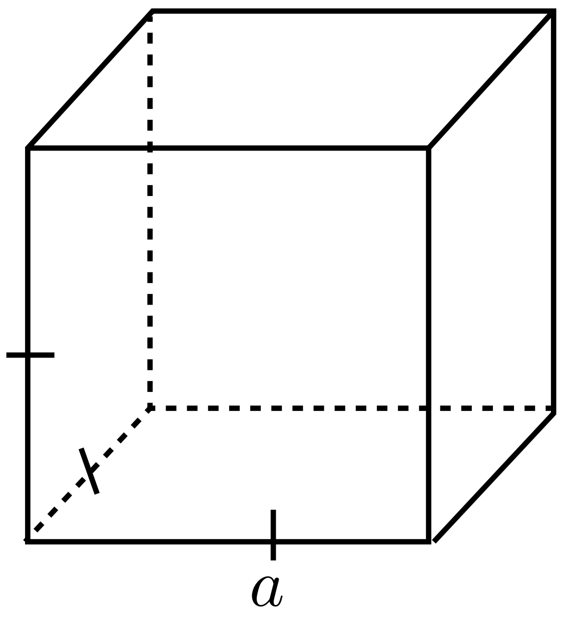
ШПАРГАЛКА: КУБ, ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД, ПРИЗМА

КУБ



Определение.
Прямоугольный параллелепипед, у которого все три измерения равны, называется **кубом**. Все шесть граней куба — равные друг другу квадраты.

Площадь полной поверхности куба равна:

$$S_{\text{пов. куба}} = 6a^2.$$

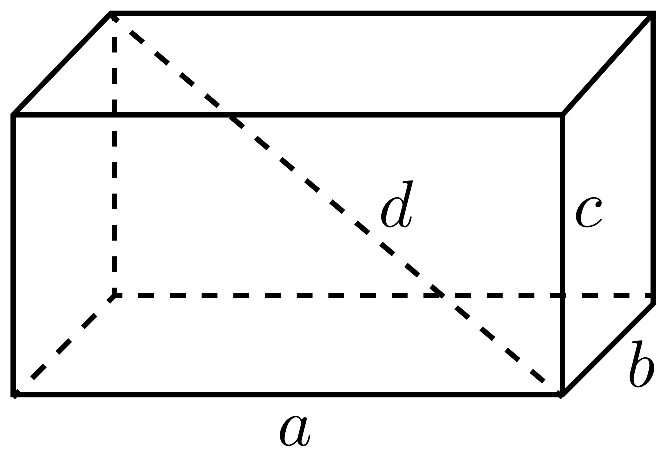
Объём куба равен кубу длины его ребра:

$$V_{\text{куба}} = a^3.$$

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

Определения.
Параллелепипед называется **прямоугольным**, если его боковые рёбра перпендикулярны основанию, а основания являются прямоугольниками.

Длины трёх рёбер, имеющих общую вершину, называются **измерениями прямоугольного параллелепипеда**.



Свойства прямоугольного параллелепипеда:

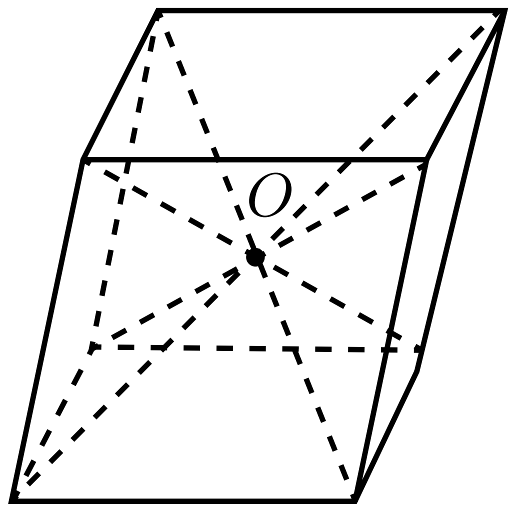
1. В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней — прямоугольники.
2. Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда — прямые.
3. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трёх его измерений: $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$.
4. Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту (боковое ребро) или произведению трёх его измерений:

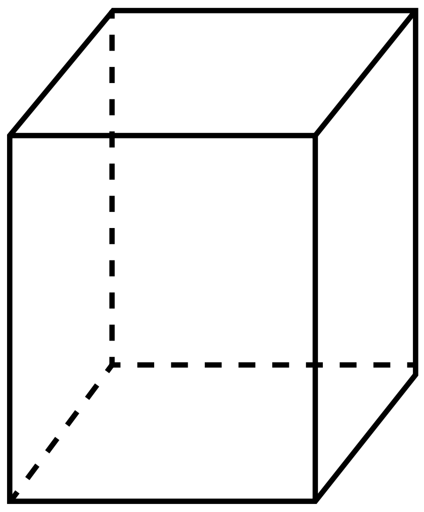
$$V = S_{\text{осн.}} \cdot H = a \cdot b \cdot c.$$

ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

Определение.
Призма, имеющая в основании параллелограмм, называется **параллелепипедом.**



Наклонный параллелепипед



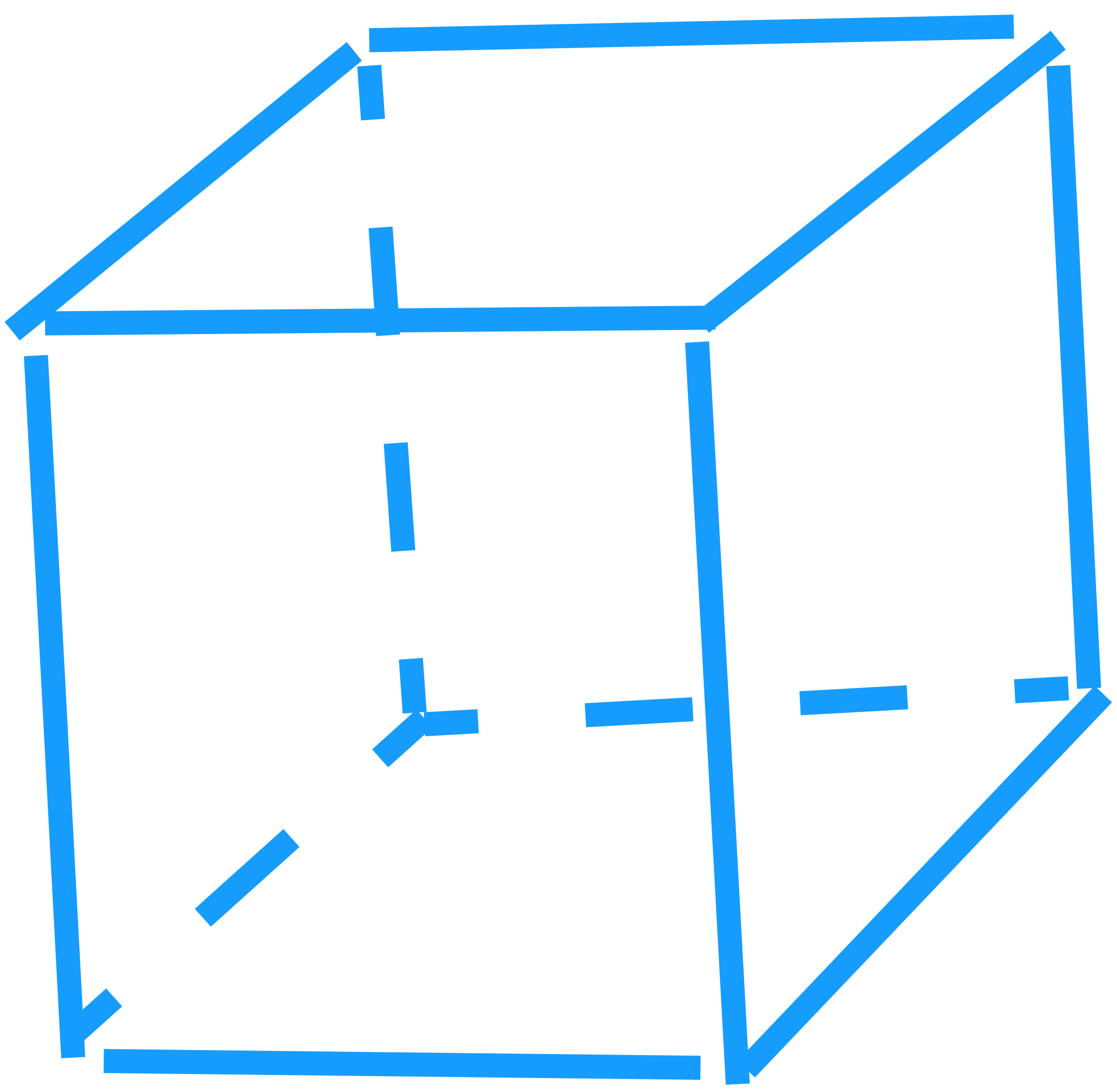
Прямой параллелепипед

Свойства параллелепипеда:

1. Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны.
2. Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.

Так как параллелепипед — это призма, то его объём равен произведению площади основания на высоту:

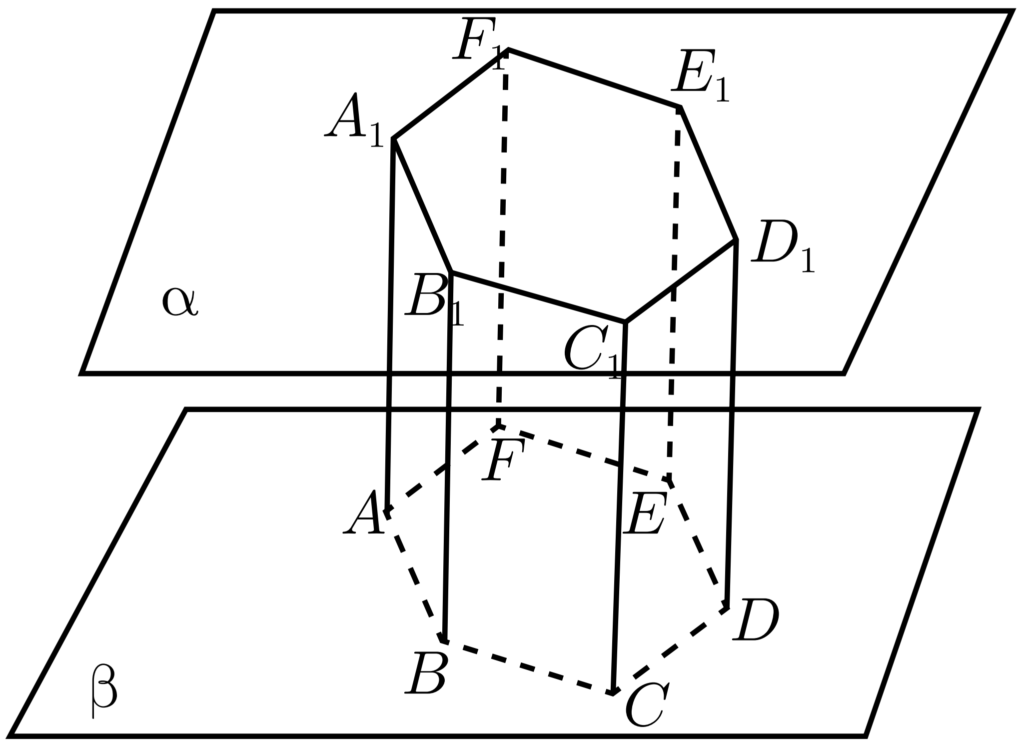
$$V_{\text{паралл.}} = S_{\text{осн.}} \cdot H$$



ПРИЗМА

Определения.
Многогранник, составленный из двух равных n-угольников, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов, называется **призмой**. Многоугольники $ABCDEF$ и $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ называются **основаниями**, а параллелограммы ABB_1A_1; BCC_1B_1; CDD_1C_1 и т. д. называются **боковыми гранями**.

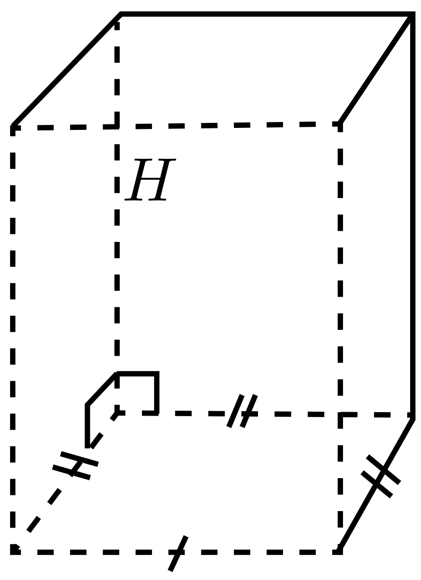
Отрезки AA_1; BB_1; CC_1, ... называются **боковыми рёбрами призмы**. Эти рёбра, как противоположные стороны параллелограммов, равны и параллельны.



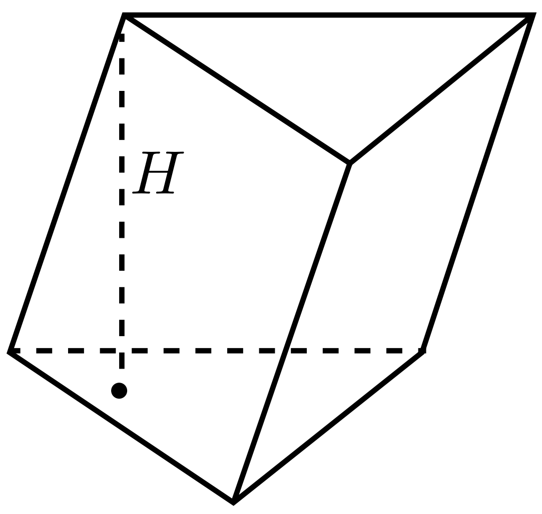
Определения.
1. Перпендикуляр, проведённый из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется **высотой призмы.**

2. Если боковые рёбра призмы перпендикулярны основаниям, то призма называется **прямой**, в противоположном случае — **наклонной**. Высота прямой призмы равна её боковому ребру.

3. Прямая призма называется **правильной**, если её основания — правильные многоугольники, а боковые грани — равные прямоугольники.



Прямая четырёхугольная призма (правильная)



Наклонная треугольная призма

Теорема. Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы.

$$S_{\text{бок. пов. прям. приз.}} = P_{\text{осн.}} \cdot H$$

Теорема. Объём призмы (как прямой, так и наклонной) равен произведению площади основания на высоту призмы.

$$V_{\text{приз.}} = S_{\text{осн.}} \cdot H$$

Площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей всех её граней.
Площадью боковой поверхности призмы называется сумма площадей её боковых граней.

$$S_{\text{полн. пов.}} = S_{\text{бок.}} + 2 \cdot S_{\text{осн.}}$$