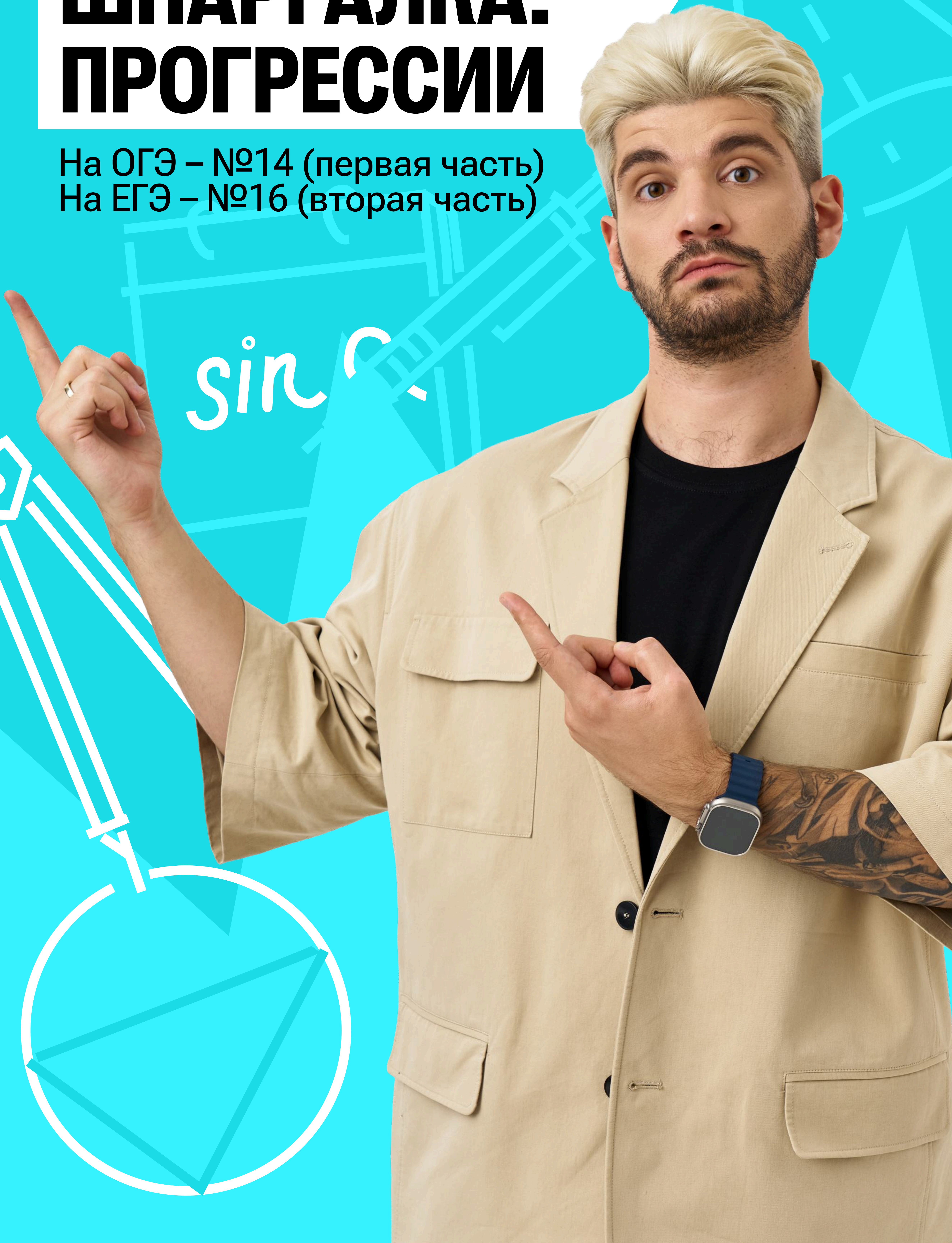
ШПАРГАЛКА: ПРОГРЕССИИ

На ОГЭ – №14 (первая часть)
На ЕГЭ – №16 (вторая часть)



ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Множество чисел, каждое из которых имеет свой порядковый номер n, где $n = 1,\ 2,\ 3...$, называется **числовой последовательностью**.

Числа, из которых составлена последовательность, называются **членами последовательности**.

СВОЙСТВА ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Последовательность $\{x_n\}$ называют **возрастающей**, если каждый её член, кроме первого, больше предыдущего: $x_1 < x_2 < x_3 < ... < x_n < x_{n+1} < ...$	Последовательность $\{x_n\}$ называют **убывающей**, если каждый её член, кроме первого, меньше предыдущего: $x_1 > x_2 > x_3 > ... > x_n > x_{n+1} > ...$

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Арифметическая прогрессия — это числовая последовательность a_1, a_2,...,a_n,..., для которой для каждого натурального n выполняется равенство: $a_{n+1} = a_n + d$, где d — это **разность** арифметической прогрессии.

Простыми словами: числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же для данной последовательности числом d, называется арифметической прогрессией.

Число d — **разность арифметической прогрессии**

1. Если $d > 0$, то прогрессия называется **возрастающей**. ↑

   Например:
   Дана последовательность чисел, являющаяся арифметической прогрессией: $10,\ 15,\ 20,\ 25...$
   Найдём разность прогрессии:
   $d = 15 - 10 = 5 > 0$, тогда эта прогрессия будет **возрастающей**.

2. Если $d < 0$, то прогрессия называется **убывающей**. ↓

   Например:
   Дана последовательность чисел, являющаяся арифметической прогрессией: $10,\ 8,\ 6,\ 4...$
   Найдём разность прогрессии:
   $d = 8 - 10 = -2 < 0$, тогда данная прогрессия будет **убывающей**.

ФОРМУЛЫ АП

Определение АП (1)	$a_{n+1} = a_n + d$
Разность АП (2)	$d = a_{n+1} - a_n$
Формула n-го члена АП (3)	$a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$
Сумма n первых членов АП (4)	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ Если заменить a_n из предыдущей формулы (3) и подставить в формулу суммы (4), то получим: $S_n = \frac{a_1 + a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$ Иначе сумму можно найти, просто сложив все члены арифметической прогрессии: $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
Свойство АП (5)	Каждый (кроме крайних) член арифметической прогрессии является **средним арифметическим** двух соседних с ним членов (при $n > 1$). $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$

Если ты знаешь первый член и разность арифметической прогрессии, то сможешь найти любой её член.

Арифметическую прогрессию можно назвать **заданной**, если известен её первый член и разность.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Геометрическая прогрессия — это числовая последовательность $b_1, b_2, \ldots, b_n, \ldots$, для которой для каждого натурального n выполняется равенство: $b_{n+1} = b_n \cdot q$, где q — это знаменатель геометрической прогрессии.

Простыми словами: числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на постоянное для данной последовательности число q, называется геометрической прогрессией.

Геометрическая прогрессия называется **возрастающей**, если величина её членов возрастает с увеличением номера члена.

Например:
Дана геометрическая прогрессия $2, 4, 8, 16\ldots$
Каждый последующий член больше предыдущего, следовательно, данная прогрессия будет возрастающей.

Геометрическая прогрессия называется **убывающей**, если величина членов при этом убывает.

Например:
Дана геометрическая прогрессия $80, 40, 20, 10, 5\ldots$
Каждый последующий член меньше предыдущего, следовательно, данная прогрессия убывающая.

ФОРМУЛЫ

Определение ГП (1)	$b_{n+1} = b_n \cdot q$
Знаменатель ГП (2)	$q = \dfrac{b_{n+1}}{b_n}$
Формула n-го члена ГП (3)	$b_n = b_1 q^{n-1}$
Сумма n первых членов ГП (4)	$S_n = \dfrac{b_n q - b_1}{q-1}$ Если заменить b_n из предыдущей формулы (3) и подставить в формулу суммы (4), то получим: $S_n = \dfrac{b_n q - b_1}{q-1} = \dfrac{b_1 q^{n-1} \cdot q - b_1}{q-1} = \dfrac{b_1(q^n - 1)}{q-1}$ Иначе сумму можно найти, просто сложив все члены геометрической прогрессии: $S_n = b_1 + b_2 + \ldots + b_n$
Свойство ГП (5)	Каждый (кроме крайних) член геометрической прогрессии с положительными членами является **средним геометрическим** двух соседних с ним членов этой прогрессии. $b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$