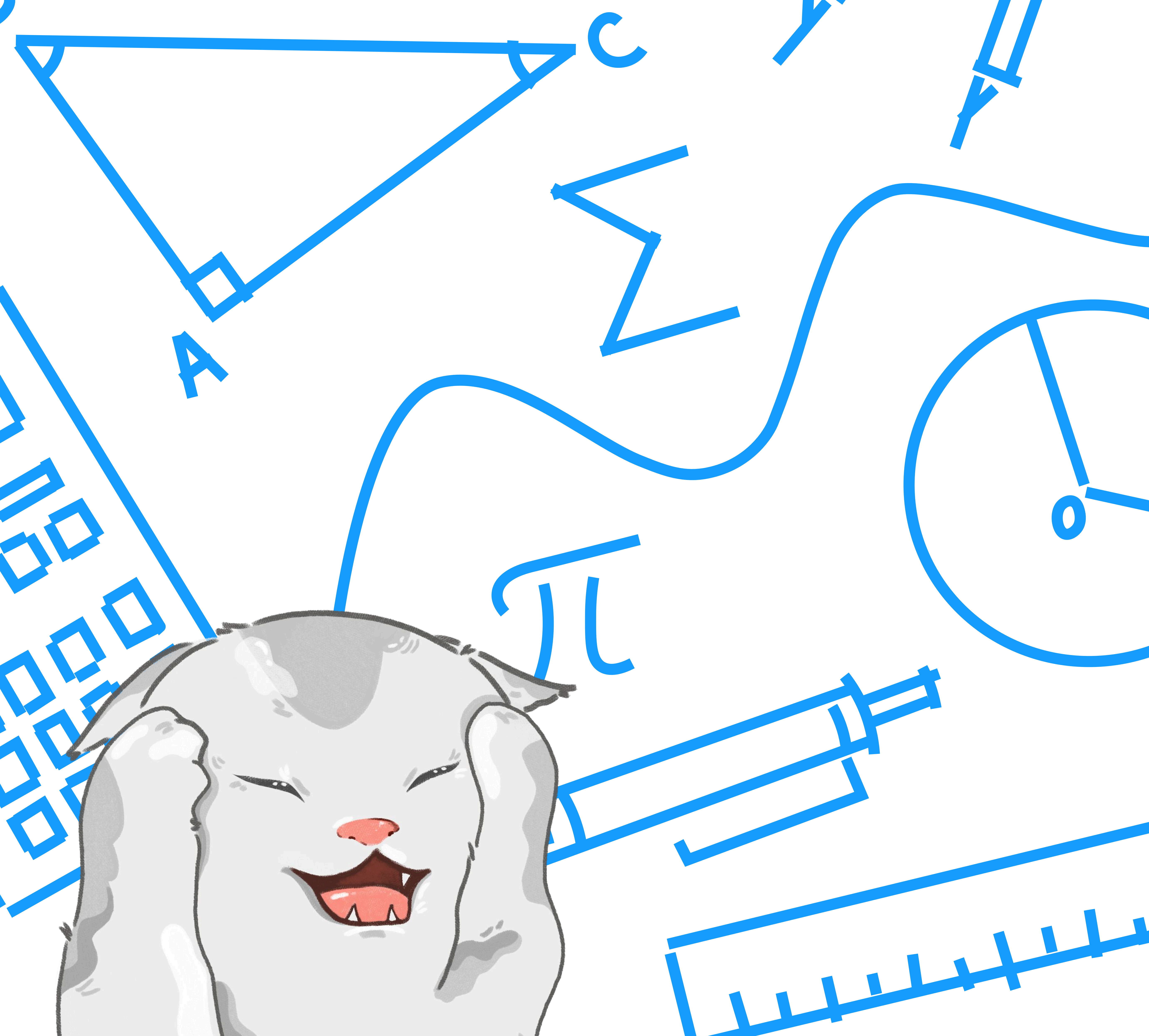
100Б

ТЕОРИЯ.

ЗАДАЧИ, СВЯЗАННЫЕ С ИЗВЕСТНЫМ ОСТАТКОМ. (ФИКСИРОВАННЫЕ ПЛАТЕЖИ)



Задача №1

15-го января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в процентах от кредита)	100%	90%	80%	70%	60%	50%	0%

В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивался на 5%, а выплаты по погашению кредита происходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

Решение:

S — сумма кредита

$r\%$ — годовые (ежемесячные) проценты (5%)

$b = 1+0{,}01r$ — коэффициент (1,05)

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
15.01			S
15.02	Sb	Sb-$0{,}9S$	$0{,}9S$
15.03	$0{,}9Sb$	$0{,}9Sb$-$0{,}8S$	$0{,}8S$
15.04	$0{,}8Sb$	$0{,}8Sb$-$0{,}7S$	$0{,}7S$
15.05	$0{,}7Sb$	$0{,}7Sb$-$0{,}6S$	$0{,}6S$
15.06	$0{,}6Sb$	$0{,}6Sb$-$0{,}5S$	$0{,}5S$
15.07	$0{,}5Sb$	$0{,}5Sb$	Полная выплата — остаток 0

Общая сумма выплат:

$$(Sb+0,9Sb+0,8Sb+0,7Sb+0,6Sb+0,5Sb)-(0,9S+0,8S+0,7S+0,6S+0,5S) =$$
$$4,5Sb-3,5S = S(4,5b-3,5) = S(4,5\cdot1,05-3,5) = 1,225S$$

Ответ: 22,5 процента.

Задача №2

15-го января планируется взять кредит в банке на 1 млн рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответсвии со следующей таблицей

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет составлять менее 1,2 млн рублей.

Решение:

S — сумма кредита (1 000 000 рублей)

Найти: $r\%$ — годовые (ежемесячные) проценты

$b = 1{+}0{,}01r$ — коэффициент

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
15.01			S
15.02	Sb	$Sb{-}0{,}6S$	$0{,}6S$
15.03	$0{,}6Sb$	$0{,}6Sb{-}0{,}4S$	$0{,}4S$
15.04	$0{,}4Sb$	$0{,}4Sb{-}0{,}3S$	$0{,}3S$
15.05	$0{,}3Sb$	$0{,}3Sb{-}0{,}2S$	$0{,}2S$
15.06	$0{,}2Sb$	$0{,}2Sb{-}0{,}1S$	$0{,}1S$
15.07	$0{,}1Sb$	$0{,}1Sb$	Полная выплата — остаток 0

Общая сумма выплат:

$$(Sb+0,6Sb+0,4Sb+0,3Sb+0,2Sb+0,1Sb)-(0,6S+0,4S+0,3S+0,2S+0,1S) =$$

$$2,6Sb-1,6S = S(2,6b-1,6) = 1\cdot(2,6b-1,6) = 2,6b-1,6$$

$$2,6b-1,6 < 1,2; \quad 2,6b < 2,8; \quad b < 1,076; \quad b = 1,07; \quad r = 7$$

Ответ: 7 процентов.

Задача №3

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей, где S — натуральное число, на 3 года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответсвии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в тыс. рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

Решение:

Год	**Долг с %**	**Выплата**	**Долг после выплаты**
2016			S
2017	Sb	$Sb-0{,}7S$	$0{,}7S$
2018	$0{,}7Sb$	$0{,}7Sb-0{,}4S$	$0{,}4S$
2019	$0{,}4Sb$	$0{,}4Sb$	Полная выплата — остаток 0

1 выплата $1,15S-0,7S=0,45S=\frac{45}{100}S=\frac{9}{20}S$

2 выплата $0,7\cdot 1,15S-0,4S=0,405S=\frac{405}{1000}S=\frac{81}{200}S$

3 выплата $0,4\cdot 1,15S=0,46S=\frac{46}{100}S=\frac{23}{50}S$

По условию, все выплаты должны быть целыми. Значит, число S должно делиться на 20, 200 и 50. Наименьшее общее кратное этих чисел равно 200.

Ответ: 200 тысяч.