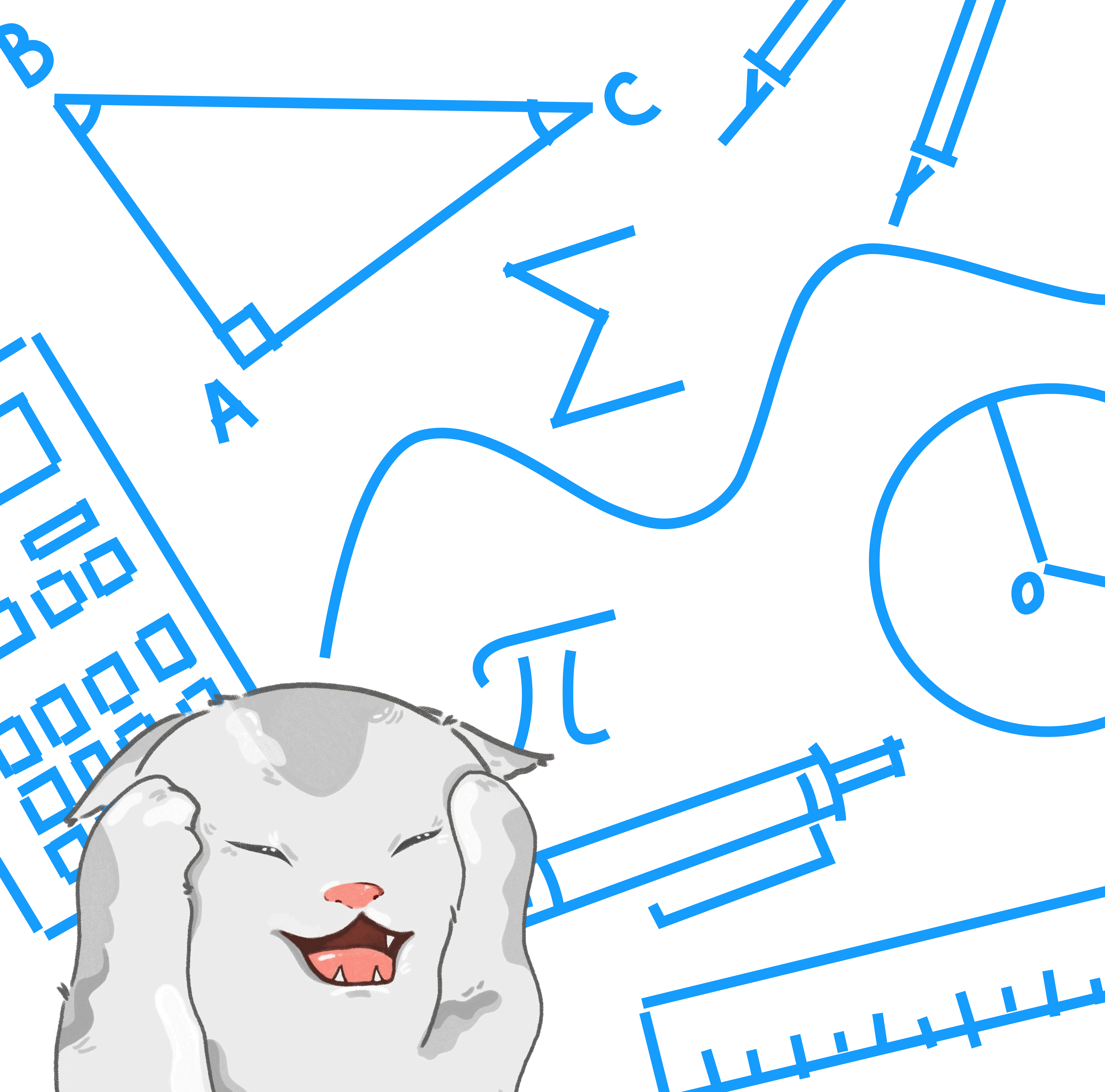
100Б

ТЕОРИЯ.

ТЕОРЕМА БЕЗУ И СХЕМА ГОРНЕРА



Теорема Безу

Формулировка:
Остаток от деления многочлена $P(x)$ на двучлен $(x-a)$ равен значению этого многочлена в точке $x=a$, то есть $P(a)$.
Проще говоря:
- Делим $P(x)$ на $(x$ - $a)$
- Получаем: $P(x) = (x-a) \cdot Q(x) + R$
- Согласно теореме Безу: $R = P(a)$

Важные следствия:
1. Если а - корень многочлена $(P(a) = 0)$, то многочлен делится на $(x-a)$ без остатка.
2. Если многочлен делится на $(x-a)$ без остатка, то а - его корень.

Что это дает на ЕГЭ:
- Проверка, является ли число корнем многочлена
- Разложение многочлена на множители
- Понижение степени многочлена

Схема Горнера

Это быстрый алгоритм для:
1. Деления многочлена на $(x-a)$
2. Вычисления $P(a)$ (что равно остатку)

Нахождения коэффициентов частного $Q(x)$

Как заполнять таблицу Горнера:

Дано: $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$
Делим на $(x - c)$

Таблица:

	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	$\cdots$	a_1	a_0
c	a_n	b_{n-1}	b_{n-2}	$\cdots$	b_1	b_0

Алгоритм:

1. В первую строку выписываем все коэффициенты $P(x)$ по порядку (включая нулевые!).
2. В левый столбец пишем число c (то число, при котором x - $c = 0$).
3. Переносим первый коэффициент a_n в третью строку.
4. Умножаем его на c и записываем результат под следующим коэффициентом (a_{n-1}).
5. Складываем числа во втором столбце, результат пишем в третью строку.
6. Повторяем шаги 4-5 до конца таблицы.

Как читать результат:

- Последнее число в третьей строке (b_0) — это остаток R (и по теореме Безу $R = P(c)$).
- Все остальные числа в третьей строке — это коэффициенты частного $Q(x)$.
  - Степень частного всегда на 1 меньше степени $P(x)$.
  - $Q(x) = b_n x^{n-1} + b_{n-1}x^{n-2} + ... + b_1$