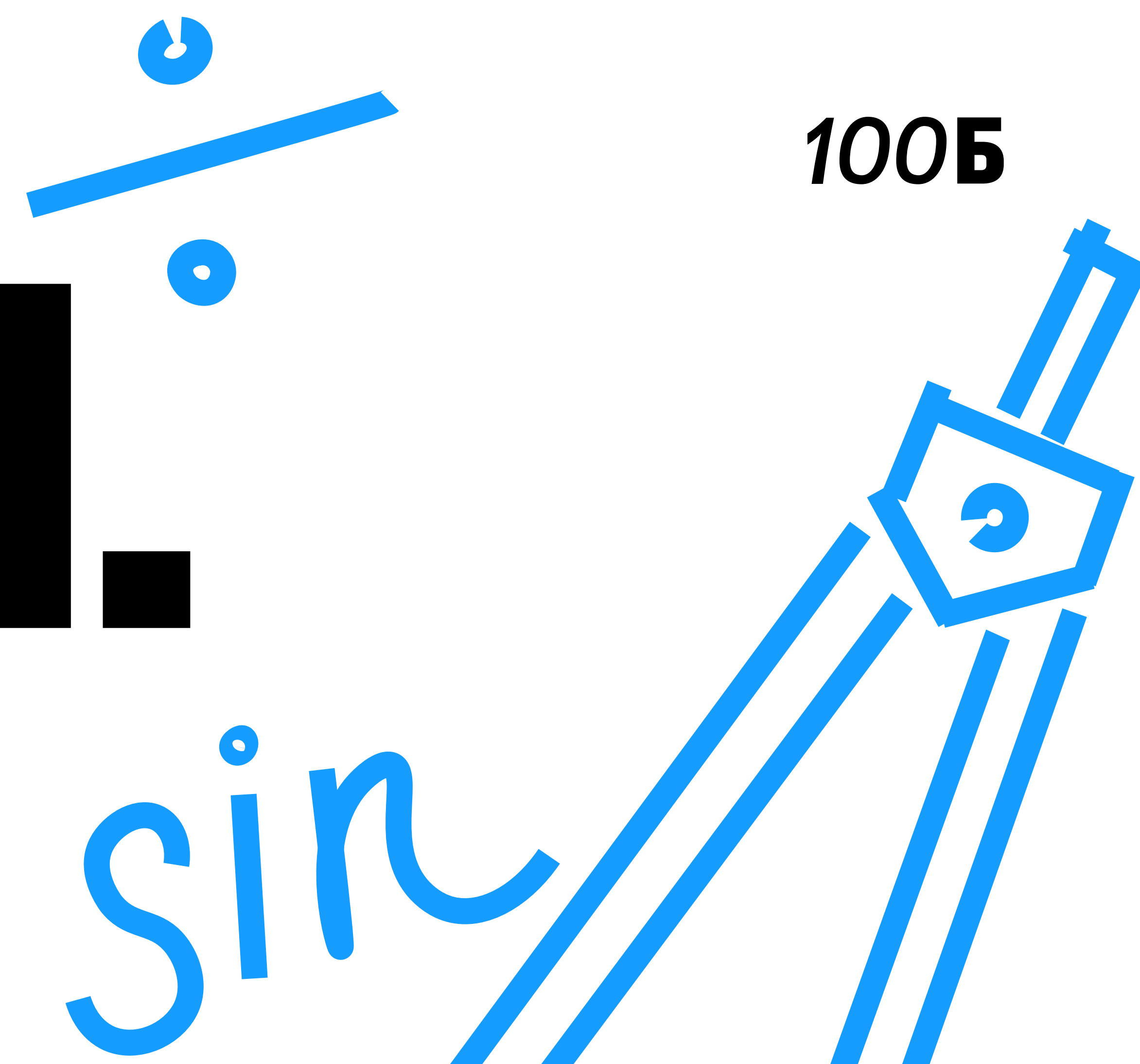
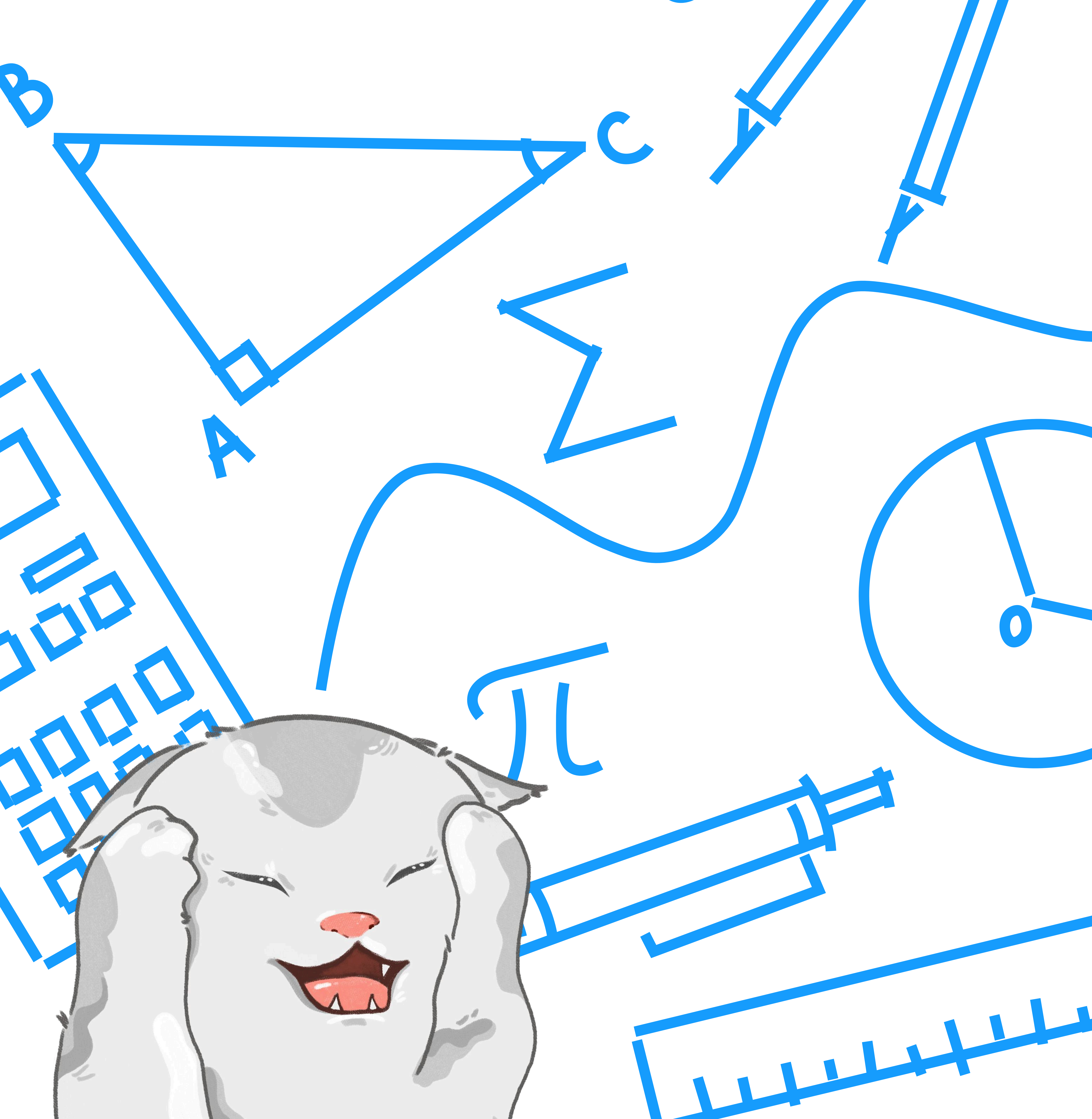
100Б

ТЕОРИЯ.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ





Вероятность

Вероятность события — это числовая характеристика, которая отражает степень уверенности в том, что это событие произойдёт.

Мы можем искать вероятность не одного элементарного события, а сразу нескольких. Пусть у нас есть N возможных исходов и мы выбираем из них $N(A)$, которые будем называть **благоприятными.** Событие A будет состоять в том, что в случайном эксперименте произошёл один из $N(A)$ благоприятных исходов. Тогда вероятностью события A будем называть число

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

$N(A)$ — благоприятные

N — все

Свойства вероятности:
- Вероятность — это число в промежутке от 0 до 1 $(0 \leq P \leq 1)$.
- Сумма вероятностей всех элементарных исходов эксперимента равна 1.
- Пусть у нас есть событие A. За $\overline{A}$ обозначим событие «событие A не произошло». Тогда верно следующее равенство

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

События A и $\overline{A}$ называют **противоположными.**

Независимые события

Если вероятность события A не зависит от события B (то есть $P(A|B) = P(A)$) и вероятность события B не зависит от события A (то есть $P(B|A) = P(B)$), то события A и B называются **независимыми.**
Событие:

$$A \cap B = A \cdot B$$

состоящее в том, что одновременно произошли события A и B, будем называть **произведением** событий A и B.
Тогда, если события A и B независимы, то верна следующая формула:

$$P(A \cap B) = P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

вероятность произведения двух независимых событий равна произведению их вероятностей.

Зависимые события

События являются **зависимыми**, если либо

$$P(A \mid B) \neq P(A)$$

либо

$$P(B \mid A) \neq P(B)$$

В этом случае мы будем использовать более общую формулу:

$$P(A \cap B) = P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$$

Вероятность произведения двух зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на вероятность второго при условии, что первое событие произошло.

Несовместные события

Пусть события A и B не могут происходить одновременно, они называются **несовместными.**
Событие

$$A \cup B = A + B$$

состоящее в том, что произошло либо событие A, либо событие B, либо сразу оба, назовём суммой событий A и B.
Тогда верна следующая формула:

$$P(A \cup B) = P(A + B) = P(A) + P(B)$$

вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме их вероятностей.

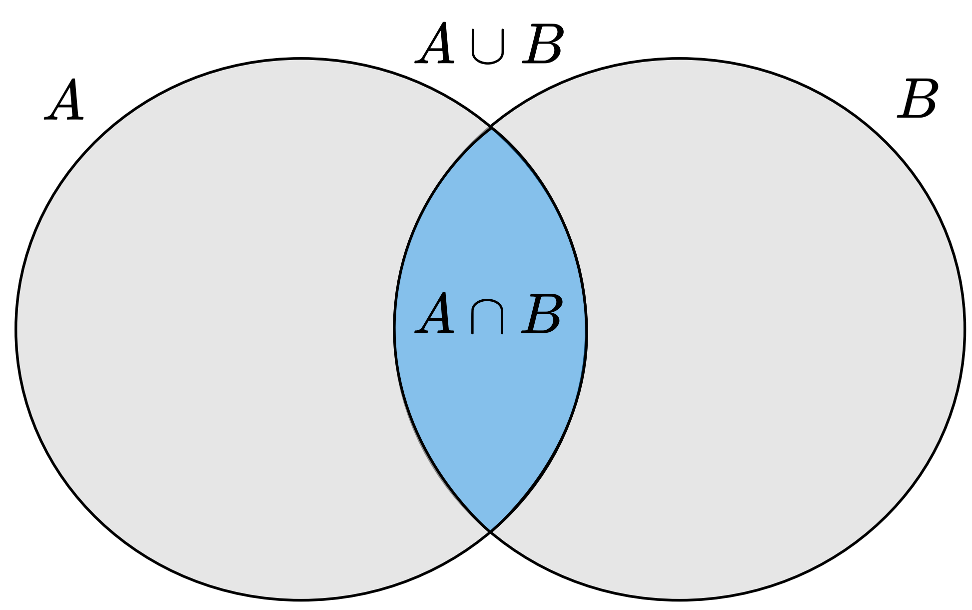
Совместные события

Если события A и B могут происходить одновременно, то они являются **совместными.**
Если события A и B являются совместными, то событие

$$A \cap B$$

непусто, поэтому

$$P(A \cap B) \neq 0$$



Следовательно, в случае совместных событий A и B верна следующая общая формула:

$$P(A \cup B) = P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме их вероятностей без вероятности иъ совместного появления.

Условная вероятность

$P(B|A)$ — это вероятность события B при условии, что событие A произошло. Для её нахождения можно использовать следующую формулу:

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cdot B)}{P(A)}$$

Условная вероятность $P(B|A)$ равна отношению вероятности совместного появления событий A и B к вероятности произошедшего события A.

Формула Бернулли

Пусть мы проводим испытание, в котором могут быть два исхода (успех или неудача), при этом вероятность успеха равна p, а вероятность неудачи равна

$$q = 1 - p$$

Тогда, если мы проводим nn испытаний, то вероятность того, что k раз выпадет успех, равна

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{\,n-k} = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{\,n-k}.$$